**سلسلة المرجح خاص بـ: 2 ع ت رياضيات**

**التمرين مع الحل المفصل بصيغة Word .**

 **حصري على موقعنا : Learndz.com**

**إستعمل نسخة word 2016 حتى تتطابق الرموز للتعديل**

**التمرين رقم 01 : المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس** $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ **، نعتبر في المستوي النقط** $A(2;3)$ **،** $B(2;2)$ **و** $C(1;-1)$

1. **ماهي قيم الوسيط الحقيقي** $m$ **التي من أجلها يوجد مرجح** $G$ **للجملة** $\left\{\left(A;1\right),\left(B;m\right),(C;1-3m)\right\}$ **.**
2. **نفرض أن** $m$ **حقق شرط السؤال** $"$ **1** $"$ **.**
3. **أحسب إحداثي النقطة** $G$ **بدلالة** $m$ **.**
4. **من أجل أي قيم للوسيط** $m$ **، النقطة** $G$ **تنتمي إلى المستقيم ذو المعادلة :** $(D) :y=x$ **.**

**حل التمرين رقم 01 : الحل مفصل**

**قيم الوسيط الحقيقي** $m$ **التي من أجلها يوجد مرجح** $G$ **للجملة** $\left\{\left(A;1\right),\left(B;m\right),(C;1-3m)\right\}$

 يجب أن يتحقق مايلي : $1+m+1-3m\ne 0$ **أي :** $m\ne 1$ **.**

 احداثيات النقطة $G$ بدلالة $m$ : $x\_{G}=\frac{2\left(1\right)+2\left(m\right)+1(1-3m)}{-2m+2}=\frac{-m+3}{-2m+2} $

 $y\_{G}=\frac{3\left(1\right)+2\left(m\right)-1(1-3m)}{-2m+2}=\frac{2+5m}{-2m+2} $

ومنه : $G(\frac{-m+3}{-2m+2};\frac{2+5m}{-2m+2})$ .

تعيين قيم $m$ حتى $G\in (D)$ أي أن : $x\_{G}=y\_{G}$ مع $m\ne 1$ **.**

أي :

 $\frac{-m+3}{-2m+2}=\frac{2+5m}{-2m+2}$ نقوم بحل المعادلة

بضرب طرفي المعادلة بـ $-2m+2 $ : $\frac{-m+3}{-2m+2}×-2m+2=\frac{2+5m}{-2m+2}×-2m+2$

 أي :

 $-m+3=2+5m$ ومنه : $6m=1$ نجد : $m=\frac{1}{6}$ وهو يختلف عن $1$ **اي صحيح**

**ومنه :** $G\in (D)$ لما $m=\frac{1}{6}$ .

**التمرين رقم 02 : المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس** $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ **، نعتبر في المستوي النقط** $A(2;3)$ **،** $B(5;1)$ **و** $C(-2;-3)$

1. **أوجد إحداثيات النقطة** $G$ **مركز ثقل المثلث** $ABC$ **.**
2. **أنشئ كل من النقط** $A$ **،** $B$ **،** $C$ **و** $G$ **.**

**لتكن النقطة** $H$ **مرجح الجملة المثقلة** $\left\{\left(A;2\right),\left(B;-1\right),(C;1)\right\}$

1. **أوجد احداثيات النقطة** $H$ **ثم أنشئها في المعلم السابق .**

**لتكن المجموعة** $(E)$ **مجموعة النقط** $M$ **من المستوي التي تحقق :** $\left‖2\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=\sqrt{65}$

1. ***أكتب الشعاع*** $2\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}$ ***بدلالة الشعاع*** $\vec{MH}$ ***.***
2. ***برهن أن المجموعة*** $(E)$ ***هي دائرة يطللب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق .***

**حل التمرين رقم 02 :**

* ايجاد احداثيات النقطة $G$ : $x\_{G}=\frac{5}{3} ,y\_{G}=\frac{1}{3} $ ومنه : $G(\frac{5}{3};\frac{1}{3})$ .
* ايجاد احداثيات النقطة $H$ : $2-1+1\ne 0$ أي يوجد $H$ مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;2\right),\left(B;-1\right),(C;1)\right\}$ *:* $x\_{H}=\frac{-3}{2} ,y\_{H}=1$

 ومنه : $H(\frac{-3}{2};1)$ .

 *كتابة الشعاع* $2\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}$ *بدلالة الشعاع* $\vec{MH}$ *:*

*بماأن :* $H$ مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;2\right),\left(B;-1\right),(C;1)\right\}$ :

 $2\vec{HA}-\vec{HB}+\vec{HC}=\vec{0}$

$$2\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}=2\left(\vec{MH}+\vec{HA}\right)-\left(\vec{MH}+\vec{HB}\right)+\left(\vec{MH}+\vec{HC}\right)=2\vec{MH}+2\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}=2\vec{MH}$$

*البرهن أن المجموعة* $(E)$ *هي دائرة يطللب تعيين مركزها ونصف قطرها :*

$\left‖2\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=\sqrt{65}$

*لدينا :* $2\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}=2\vec{MH}$ *أي :* $\left‖2\vec{MH}\right‖=\sqrt{65}$

ومنه : $MH=\frac{\sqrt{65}}{2}=4.03$ .

**التمرين رقم 03 :**

 $ABC$ مثلث قائم في $A$ و متساوي الساقين حيث $AB=3cm $ . $H$ نقطة من المستوى حيث :

 $\vec{HA}+2\vec{HB}=\vec{0}$

1. ماذا تمثل النقطة $H$ بالنسبة للنقطتين $A$ و $B $ ؟ أنشئها .
2. عين قيم $α$ التي من أجلها يكون للجملة $\left\{\left(A;α\right),\left(B;α+1\right),(C;α+2)\right\}$ مرجحا $G\_{α}$ .
3. أنشئ المرجح $G\_{1}$ . ) من أجل $α=1$ (
4. $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان حيث : $\vec{u}=\vec{MA}-\vec{MB}$ و $\vec{v}=\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}$
5. *أثبت أن الشعاع* $\vec{u}$ *مستقل عن* $M$ *.*
6. *عين* $\left(E\right)$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :* $\left‖\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}\right‖=3\left‖\vec{MA}-\vec{MB}\right‖$
7. *عين* $\left(E'\right)$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :* $\left‖\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}\right‖=2\left‖\vec{MA}+2\vec{MB}\right‖$

*5(* المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، لتكن النقط $A(-3;3)$ ، $B(-1;1)$ و $C(2;1)$ أوجد احداثي النقطة $G\_{1}$ .

**حل التمرين رقم 03 :**

1. تمثل النقطة $H$ مرجح للجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right)\right\}$ **.**

**الإنشاء : لدينا**

 $\vec{HA}+2\vec{HB}=\vec{0}$

$\vec{HA}+2(\vec{HA}+\vec{AB})=\vec{0}$ بعلاقة شال ندخل النقطة $A$

تكافئ : $\vec{HA}+2\vec{HA}+2\vec{AB}=\vec{0}$

أي : $3\vec{HA}+2\vec{AB}=\vec{0}$ فنجد : $3\vec{HA}=-2\vec{AB}$ ومنه : $\vec{HA}=\frac{-2}{3}\vec{AB}$

1. تعيين قيمة $α$ :

**حتى** تكون $G\_{α}$ مرجحا للجملة $\left\{\left(A;α\right),\left(B;α+1\right),(C;α+2)\right\}$ يجب أن يتحقق :

 $α+\left(α+1\right)+(α+2)\ne 0$

ومنه بعد التبسيط نجد : $α\ne -1$

1. ***انشاء***  المرجح $G\_{1}$ : $α=1$ أي تصبح الجملة هي : $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right),(C;3)\right\}$

***نستعمل خاصية التجميع للانشاء : نلاحظ أن*** $H$ مرجح للجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right)\right\}$

***أي نكتب :*** $G\_{1}$ ***مرجح*** $\left\{\left(H;1+2\right),\left(C;3\right)\right\}$ أي $\left\{\left(H;3\right),\left(C;3\right)\right\}$ فيصبح لدينا :

$3\vec{G\_{1}H}+3\vec{G\_{1}C}=\vec{0}$ *ومنه :* $\vec{G\_{1}H}+\vec{G\_{1}C}=\vec{0}$ *.*

ندخل النقطة $H$ باستعمال علاقة شال : $\vec{G\_{1}H}+\vec{G\_{1}H}+\vec{HC}=\vec{0}$

أي : $2\vec{G\_{1}H}+\vec{HC}=\vec{0}$ تكافئ : $2\vec{G\_{1}H}=-\vec{HC}$

 ومنه : $\vec{G\_{1}H}=\frac{-1}{2}\vec{HC}$ .

1.

*اثبات أن الشعاع* $\vec{u}$ *مستقل عن* $M$ *:*

 *لدينا :*

 $\vec{u}=\vec{MA}-\vec{MB}$ ندخل النقطة $H$ باستعمال علاقة شال أي :

 $\vec{u}=\vec{MH}+\vec{HA}-(\vec{MH}+\vec{HB})$ تكافئ : $\vec{u}=\vec{MH}+\vec{HA}-\vec{MH}-\vec{HB}$

اذا : $\vec{u}=\vec{HA}-\vec{HB}$ ومنه : $\vec{u}=\vec{BA}$ .

* *تعيين* $\left(E\right)$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :* $\left‖\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}\right‖=3\left‖\vec{MA}-\vec{MB}\right‖$

*نستعين بـ :* $G\_{1}$ مرجح $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right),(C;3)\right\}$ و بـ $\vec{u}=\vec{BA}$ و $AB=3cm$

بعد التبسيط نجد : $MG\_{1}=\frac{1}{2}BA$ أي $MG\_{1}=\frac{3}{2}$

 $\left(E\right)$ هي دائرة مركزها $G\_{1}$ ونصف قطرها $\frac{3}{2 }cm$ .

* ت*عيين* $\left(E'\right)$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :* $\left‖\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}\right‖=2\left‖\vec{MA}+2\vec{MB}\right‖$
* *نستعين بـ :* $G\_{1}$ مرجح $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right),(C;3)\right\}$ و بـ $H$ مرجح للجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right)\right\}$

بعد التبسيط نجد :

$MG\_{1}=MH$

 $\left(E'\right)$ هي محور القطعة $[G\_{1}H]$

1. احداثي النقطة $G\_{1}$ : هي $G\_{1} (\frac{1}{6} , \frac{4}{3})$ .

**التمرين رقم 04 :**

 $ABC$ مثلث قائم في $A$ و متساوي الساقين حيث $AB=AC=4 cm $

1. أنشئ النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;2\right),\left(B;1\right),(C;1)\right\}$ .
2. *لتكن* $M$ *نقطة كيفية من المستوي ، والشعاع* $\vec{u}$ *حيث :* $\vec{u}=2\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC} $
3. *أكتب الشعاع* $\vec{u}$ *بدلالة الشعاع* $\vec{MG}$ *.*
4. *بين أن الشعاع* $\vec{v}$ *مستقل عن* $M$ *حيث :* $\vec{v}=-2\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}$ *.*
5. *عين* $\left(E\right)$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :*

$\left‖2\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=\left‖-2\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\right‖$

**حل التمرين رقم 04 :**

1. $\vec{AG}=\frac{1}{4}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$
2. أ- $\vec{u}=4\vec{MG}$

**ب-**$\vec{v}=\vec{AB}+\vec{AC}$ ومنه $\vec{v}$ مستقل عن $M$ .

1. $MG=\frac{\left‖\vec{AB}+\vec{AC}\right‖ }{4}$ مجموعة النقط $M$ هي دائرة مركزها $G$ ونصف قطرها $R=\frac{\left‖\vec{AB}+\vec{AC}\right‖ }{4}$ .

**التمرين رقم 05 :**

 ليكن $ABCD$ مربعا مركزه $O$ و $G$ مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right),\left(B;2\right),\left(C;3\right),\left(D;6\right)\right\}$

1. أنشئ $I$ مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right),\left(C;3\right)\right\}$ و $J$ مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(B;2\right),\left(D;6\right)\right\}$
2. بين أن $G$ مرجح النقطتين $I$ و $J$ المرفقتين بالمعاملين 1 و 2 على الترتيب ثم أنشئ $G$ .
3. *لتكن* $M$ *نقطة كيفية من المستوي ، عين ثم أنشئ المجموعة* $\left(E\right)$ *للنقط* $M$ *التي تحقق المساواة*

$$\left‖\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}+6\vec{MD}\right‖=6$$

**حل التمرين رقم 05 :**

****

**التمرين رقم 06 :**

 في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر في المستوي النقط $A(1;3)$ ، $B(-3;-1)$ و $C(2;-2)$ ولتكن $G$ مركز ثقل المثلث $ABC$ و النقطة $D$ المعرفة بالعلاقة $\vec{DA}-\vec{DB}+\vec{DC}=\vec{0}$ .

1. علم النقط $A$ و $B$ و $C$ .
2. عين إحداثيات النقطتين $G$ و $D$ .
3. بين أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .
4. بين أن النقط $B$ و $G$ و $D$ في إستقامية .
5. *لتكن* $E$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :*

$$\left‖\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=3\left‖\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\right‖$$

* *عين ثم أنشئ المجموعة* $E$ *.*
1. *لتكن* $F$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :*

$$\left‖\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=3\left‖\vec{MA}-\vec{MB}\right‖$$

* *عين ثم أنشئ المجموعة* $F$ *.*

****

**حل التمرين رقم 06 :**

1. **تعليم النقط** $A$ و $B$ و $C$ .
2. **تعيين احداثيات النقطتان :**

$$x\_{G}=\frac{x\_{A}+x\_{B}+x\_{C}}{3}=0 $$

$$y\_{G}=\frac{y\_{A}+y\_{B}+y\_{C}}{3}=0$$

**إذن :** $G(0;0)$ .

***لدينا :*** $\vec{DA}-\vec{DB}+\vec{DC}=\vec{0}$ *يعني أن* $D$ *مرجح الجملة* $\left\{\left(A;1\right),\left(B;-1\right);\left(C;1\right)\right\}$ ومنه

$\left\{\begin{array}{c}x\_{D}=\frac{x\_{A}-x\_{B}+x\_{C}}{1-1+1}\\y\_{D}=\frac{x\_{A}-x\_{B}+x\_{C}}{1-1+1}\end{array}\right.$ **أي أن :** $\left\{\begin{array}{c}x\_{D}=1+3+2\\y\_{D}=3+1-2\end{array}\right.$ **إذن :** $\left\{\begin{array}{c}x\_{D}=6\\y\_{D}=2\end{array}\right.$ **ومنه** $D(6;2)$ .

1. ***ىنبين أن الرباعي*** $ABCD$ متوازي أضلاع

***لدينا :*** $\vec{AB}(-4,-4)$ ***و*** $\vec{DC}(-4,-4)$ ***أي*** $\vec{AB}=\vec{DC}$ ***فالرباعي*** $ABCD$ متوازي أضلاع .

1. نبين أن النقط $B$ و $G$ و $D$ في إستقامية :

لتكن $H$ **منتصف القطعة المستقيمة** $[AC]$

**لدينا** $G$ مركز ثقل المثلث $ABC$ **أي أن** $G$ مرجح $\left\{\left(B;1\right);\left(H;2\right)\right\}$ ومنه $G$ تنتمي إلى $BH$ .... $(1)$ .

 $\vec{DA}-\vec{DB}+\vec{DC}=\vec{0}$ يعني أن $D$ مرجح $\left\{\left(B;-1\right);\left(H;2\right)\right\}$ ومنه $D$ تنتمي إلى $BH$ .... $(2)$ .

 من $(1)$ و $(2)$ نستنتج أن $B$ **و** $G$ **و** $D$ **في استقامية .**

1. *لتكن* $E$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :*

$\left‖\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=3\left‖\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\right‖$

*تعني أن :* $3MG=3MD$ *ومنه :* $MG=MD$ *ومنه* $E$ *هي محور القطعة المستقيمة* $[GH]$

*انشاء المجموعة* $E$ *في الشكل المقابل*

1. *لتكن* $F$ *مجموعة النقط* $M$ *من المستوي حيث :*

$$\left‖\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=3\left‖\vec{MA}-\vec{MB}\right‖$$

*يعني أن :* $3MG=3\left‖\vec{MA}-\vec{MB}\right‖$ *أي أن :* $3MG=3BA$ *ومنه* $MG=BA$ *أي أن* $F$ *هي دائرة نصف قطرها*

** $[BA]$ *ومركزها* $G$ *.*

*انشاء المجموعة* $F$ *في الشكل المقابل .*

**التمرين رقم 07 :**

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر في المستوي النقط $A(3;2)$ ، $B(1;2)$ و $C(1;-3)$ .

1. علم النقط $A$ و $B$ و $C$ .
2. عين إحداثيات النقطتين $G$ مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A;1\right);\left(B;1\right);\left(C;-1\right)\right\}$ ثم علم $G$ .
3. لتكن $M$ نقطة كيفية من المستوي و $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ شعاعان حيث : $\vec{u}=\vec{MA}+\vec{MB}-\vec{MC}$ ، $\vec{v}=\vec{MA}-\vec{MC}$
4. عين ممثلا لكل من و $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ .
5. نسمي $(E)$ مجموعة النقط $M$ ، من المستوي التي تحقق :

 $\left‖\vec{MA}+\vec{MB}-\vec{MC}\right‖=\left‖\vec{MA}-\vec{MC}\right‖$

* حدد طبيعة المجموعة $(E)$ .
1. نفرض $AB=3cm$ ، $BC=4cm$

أحسب الطول $AC$ ، ثم عين العناصر المميزة للمجموعة $(E)$ .

**حل التمرين رقم 07 :**

1. **تعليم** النقط $A$ و $B$ و $C$ .
2. **احداثيات** $G$ هي : $G(3,7)$ .
3. **أ -**

$\vec{u}=\vec{MA}+\vec{MB}-\vec{MC}=\vec{MG}$

 $\vec{v}=\vec{MA}-\vec{MC}=\vec{MA}-\vec{CM}=\vec{CA}$

ب -

 $MG=CA$ ومنه : $(E)$ هي دائرة مركزها $G$ ونصف قطرها : $R=CA$ .

1. ***المثلث*** $ABC$ *قائم في* $B$ *ومنه حسب نظرية فيثاغورث :* $AC^{2}=BA^{2}+BC²$

***ومنه :*** $AC=5$ *.*

 المجموعة $(E)$ هي دائرة مركزها $G(3;7)$ ونصف قطرها $R=5 $

 **التمرين رقم 08 :**

**المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس** $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ **، نعتبر النقط** $A(-1;4)$ **،** $B(1;0)$ **و** $C(5;-2)$ **.**

1. **علم النقط** $A,B,C$ **.**
2. **أحسب إحداثي النقطة** $H$ **مرجح الجملة المثقلة** $\left\{\left(A;1\right),\left(C;1\right)\right\}$ **.**
3. **لتكن النقطة** $G$ **مرجح الجملة المثقلة** $\left\{\left(A;1\right),\left(B;-4\right),(C;1)\right\}$
* **أحسب إحداثيي النقطة** $G$ **.**
1. ***لتكن*** $\left(E\right)$ ***مجموعة النقط*** $M$ ***من المستوي حيث :*** $\left‖\vec{MA}-4\vec{MB}+\vec{MC}\right‖=2\left‖\vec{MA}+\vec{MC}\right‖$
2. **بين أنه من أجل كل نقطة** $M$ **من المستوي فإن :**

$\vec{MA}-4\vec{MB}+\vec{MC}=-2\vec{MG} $ **و** $\vec{MA}+\vec{MC}=2\vec{MH}$

1. **بيين أن** $M$ **تنتمي إلى المجموعة** $\left(E\right)$ **يعني أن النقطة** $M$ **متساوية البعد عن** $H$ **و** $G$ **.**
2. **استنتج طبيعة** $\left(E\right)$ **و أرسمها .**